

Vitor Silva Costa - Universidade Federal do Rio de Janeiro - Instituto de Matemática - Departamento de Ciência da Computação - v2costa@gmail.com

Vinícius Gusmão Pereira de Sá - Universidade Federal do Rio de Janeiro - Instituto de Matemática - Departamento de Ciência da Computação - vigusmao@dcc.ufrj.br

## Introdução

Não se conhece algoritmo exato que resolva eficientemente o problema de encontrar um passeio aberto do cavalo em um tabuleiro de xadrez  $n \times n$ , para  $n$  arbitrário e a partir de qualquer casa inicial. Um tal passeio consiste em uma sequência onde cada casa do tabuleiro aparece exatamente uma vez, e onde duas casas consecutivas estão separadas, no tabuleiro, pelo típico movimento do cavalo (em "L"), pelo qual o cavalo desloca-se duas unidades em uma dimensão e apenas uma unidade na outra dimensão.

## Caracterização e Análises

- Caracterização dos tabuleiros retangulares bidimensionais que admitem passeio fechado do cavalo em 1991, por Schwenk [4].
- Recentemente, Joshua Erde, Bruno Golénia e Sylvain Golénia estudaram a versão d-dimensional do problema [2].
- Não é conhecido qualquer algoritmo eficiente para exibir um passeio aberto em d dimensões.
- Em [1], propusemos uma heurística linear que obteve êxito em 100% dos casos testados.

2	3	4	4	4	3	2
3	4	6	6	6	4	3
4	6	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	6	4
3	4	6	6	6	4	3
2	3	4	4	4	3	2

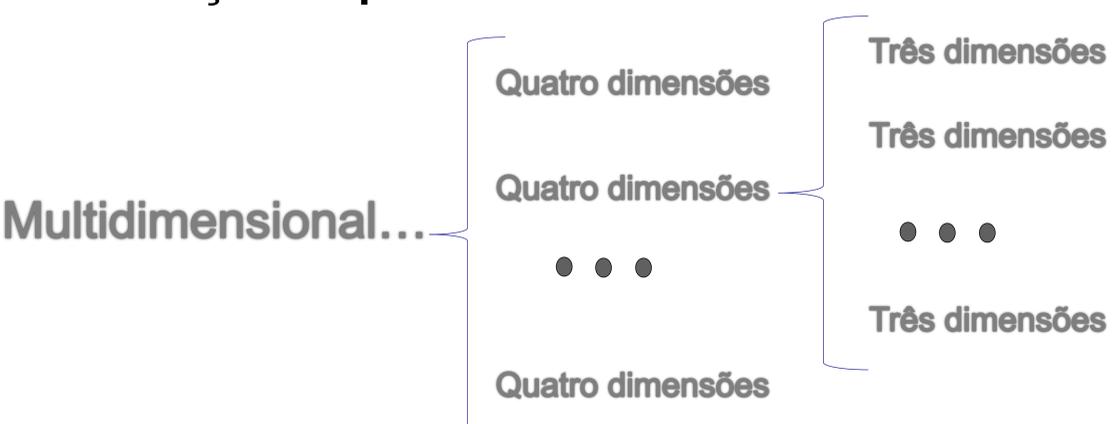
- Distância aos cantos do tabuleiro
- Distância às bordas do tabuleiro
- Rotação horária das casas atingíveis (determinístico);
- Escolha randomizada

- Os casos testados correspondem a todas as casas iniciais plausíveis de tabuleiros quadrados com  $5 \leq n \leq 5000$ .
- **Extensão de tais resultados para tabuleiros d-dimensionais com  $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_d$  casas.**

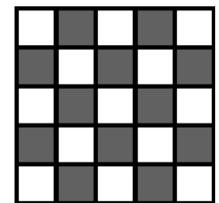
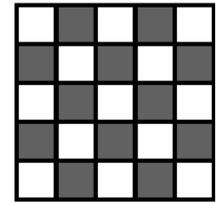
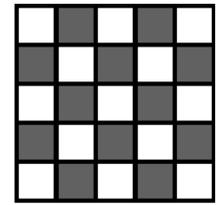
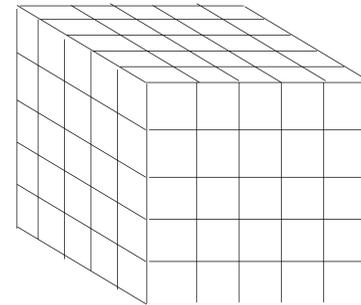
## Metodologia

- Decompor um tabuleiro multi-dimensional em diversos tabuleiros com uma dimensão a menos.
- Recursivamente teremos apenas tabuleiros com duas dimensões.
- Tratar o tabuleiro como um conglomerado de tabuleiros bidimensionais (formato clássico).
- Aplicar em cada um desses tabuleiros a heurística proposta em [1].
- **Obtenção do passeio aberto!**

Multidimensional...



## Metodologia (continuação)



## Condições

- Mínimo de duas dimensões
- Dimensões  $i, j$ , com  $1 \leq i < j \leq d$ , tendo que satisfazer  $n_i = n_j \geq 5$ , sendo  $n_i$  e  $n_j$  pares.
- A heurística de [1] não obtém caminho aberto a partir de todas as casas iniciais em tabuleiros bidimensionais não-quadrados.
- A casa inicial do passeio no tabuleiro completo (multidimensional) deve conter no máximo duas coordenadas diferentes de zero.
- Isso porque a heurística de [1] não permite a solução de tabuleiros com buracos (casas já visitadas).

## Referências

- [1] V. S. Costa, V. G. Pereira de Sá (2013). Heurística eficiente para o passeio aberto do cavalo a partir de casas arbitrárias em tabuleiros quadrados. Anais do XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 3041–3052.
- [2] J. Erde, B. Golénia and S. Golénia (2012). The closed knight tour problem in higher dimensions, The Electronic Journal of Combinatorics 19:P9.
- [3] L. Euler (1759). Solution d'une question curieuse qui ne paroît soumise à aucune analyse. Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin 15: 310–337.
- [4] A. J. Schwenk (1991). Which rectangular chessboards have a knight's tour? Mathematics Magazine 64: 325–332.
- [5] H. C. Warnsdorff (1823). Des Rösselsprunges einfachste und allgemeinste Lösung. Schmalkalden.