

Lista de Exercícios de Algoritmos e Grafos – 2022/1
Prof. Vinícius Gusmão

Q1: Seja $G(V, E)$ o grafo não-direcionado cuja matriz de adjacências é dada abaixo (células em branco indicam arestas inexistentes)

	1	2	3	4	5
1		4	2		5
2				13	7
3				18	20
4					1
5					

A *terceira* escolha feita pelo algoritmo de Kruskal para árvore geradora mínima é:

- a) o vértice 2
- b) o vértice 4
- c) o vértice 5
- d) a aresta (1,5)
- e) a aresta (1,2)
- f) a aresta (2,4)

Q2: Para qual das operações abaixo a representação de grafos no computador via matriz de adjacências é mais eficiente do que a representação via listas de adjacências?

- a) percorrer cada uma das arestas do grafo em qualquer ordem
- b) obter o grau médio dos vértices do grafo
- c) checar se quatro vértices dados constituem um subgrafo completo
- d) localizar o vértice com o maior número de vizinhos de grau menor do que 2
- e) NRA

Q3: Sejam A1 e A2 dois algoritmos para um mesmo problema, que recebem como entrada um grafo. Se A1 roda em tempo $O(n + m \log n)$ e A2 roda em tempo $O(n^2)$, onde n é o número de vértices do grafo e m é o número de arestas do grafo, podemos afirmar que:

- a) a execução de A1 leva menos tempo do que a execução de A2 para todo grafo acíclico
- b) A1 é mais eficiente do que A2 para grafos completos
- c) quando o número de vértices é suficientemente grande, A2 sempre rodará em mais tempo do que A1
- d) quando o número de vértices é suficientemente grande e o grau mínimo do grafo é metade do número de vértices do grafo, A2 sempre rodará em mais tempo do que A1
- e) NRA

Q4: Seja o grafo simples $G(V,E)$, onde

$V = \{a,b,c,\dots,h\}$,
 $E = \{ab, ac, ah, bc, bd, bf, bg, cg, df, ef\}$.

- a) Desenhe uma árvore de largura de raiz a para G , classificando os diferentes tipos de arestas encontradas.
- b) Dê as profundidades de entrada e saída de cada um dos vértices de V quando uma busca em profundidade de raiz a é executada em G .
- c) Utilize a busca em profundidade do item anterior para determinar os vértices “demarcadores”, segundo o algoritmo para determinação de articulações e componentes biconexas de um grafo.
- d) Que vértices são articulações de G ?
- e) Quais são as componentes biconexas de G ?

Q5: Verdadeiro ou Falso?

a) Se uma aresta uv é aresta de retorno em uma busca de profundidade feita em um grafo G , então uv será aresta de retorno em toda busca em profundidade feita em G .

b) Se uma aresta uv é aresta de retorno em uma busca de profundidade feita em um grafo G , então uv será aresta-pai ou aresta-irmão em toda busca em largura feita em G .

c) Se um grafo simples G é acíclico e desconexo, então o número de células não-nulas em uma matriz de incidências para G será menor que o número de células não-nulas em uma matriz de adjacências para G .

d) Todo digrafo acíclico admite pelo menos duas ordenações topológicas.

Q6: Seja o digrafo $D(V,E)$, onde:

$V = \{a,b,c,d,e\}$

$E = \{ab, ae, bc, bd, be, ce, dc, de\}$.

a) Encontre uma ordenação topológica para D .

b) Quantas arestas possui o menor subgrafo de D que só admite ordenações topológicas iniciadas em a e terminadas em e ?

c) Quantas arestas possui o menor subgrafo gerador de D que só admite ordenações topológicas iniciadas em a e terminadas em e ?